

7 класс

«Городская олимпиада»

Задачи районного тура. 7 класс. 17 февраля 2007.

г. Бобруйск.

Задача 1. Два велосипедиста, находясь в диаметрально противоположных точках велотрека, одновременно начали гонку преследования. На каком круге один из них нагонит другого, если отношение скоростей велосипедистов $v_1/v_2 = 19/18$?

Первый способ решения.

Пусть l – длина одного круга, время погони до момента «догнал» t , количество кругов, которое проехал велосипедист, n . Тогда путь первого велосипедиста

$$S_1 = nl = v_1 t_1, \text{ второго } S_2 = (n - 0,5)l = v_2 t_1.$$

По условию задачи $\frac{v_1}{v_2} = \frac{19}{18}$. Из этих уравнений найдем

$$n = \frac{v_1}{v_2 2 \left(\frac{v_1}{v_2} - 1 \right)} = \frac{v_2 \frac{19}{18}}{v_2 2 \left(\frac{v_2 \frac{19}{18}}{v_2} - 1 \right)} = \frac{\frac{19}{18}}{2 \left(\frac{19}{18} - 1 \right)} = \frac{19}{2} = 9,5.$$

Значит, первый велосипедист догонит второго на десятом круге.

Другой способ решения.

Если бы второй велосипедист проехал 18 кругов, то первый – 19, то есть на один круг больше. А ему надо проехать лишних только полкруга. Для этого потребуется не 19 кругов, а в два раза меньше, т. е. 9,5 круга. Следовательно, момент «догнал» произойдет на десятом круге.

Задача 2. Линейка рассчитана на измерение длины до 30 см и имеет чувствительность 1 деление/мм.

2.1. Определите число делений шкалы.

2.2. Цену деления шкалы.

2.3. С помощью этой линейки предложите способ определения объема куска проволоки и выведите расчетную формулу.

2.1. Чувствительностью прибора называется количество делений шкалы, соответствующее единице измеряемой величины.

Определим число делений шкалы

$$N = l \cdot l_1 = 30 \text{ см} \cdot 1 \frac{\text{дел}}{\text{мм}} = 300 \text{ дел}.$$

2.2. Цену деления определим из выражения

$$C_1 = \frac{30 \text{ см}}{300 \text{ дел}} = 0,1 \frac{\text{см}}{\text{дел}} = 1 \frac{\text{мм}}{\text{дел}}.$$

2.3. Для определения объема проволоки воспользуемся формулой

$$V = S \cdot l,$$

где $S = \pi R^2 = \frac{\pi D^2}{4}$ – площадь сечения проволоки, D – диаметр сечения проволоки.

Измерить диаметр можно так: намотать вплотную на линейку витки проволоки, подсчитав их количество, например на 1 см. Далее разделить длину дорожки из витков проволоки на их количество.

$$D = \frac{l_1}{n}.$$

Расчетная формула примет вид

$$V = \frac{\pi l_1^2}{4 n^2} \cdot l,$$

где $\pi = 3,14$, n – число витков на дорожке длиной l_1 , l – длина проволоки, измеренная непосредственно линейкой.

Непосредственно измеряются линейкой l_1 , l , n – считается при наматывании.

Задача 3. На вездеходе установлен курсограф – самописец, записывающий зависимости от времени текущей скорости (Таблица 1) и направления движения этого вездехода (Таблица 2). В таблицах приведены такие записи для некоторого маршрута, пройденного вездеходом.

3.1. Нарисуйте траекторию движения вездехода.

3.2. Определите путь, пройденный вездеходом.

3.3. Определите с точностью до километра, где (относительно начала пути) вездеход оказался в конце маршрута.

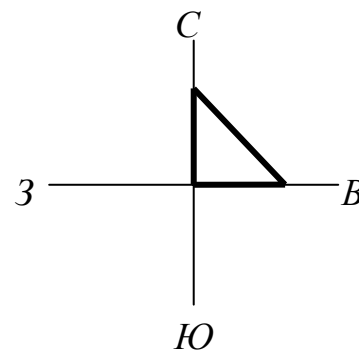
Таблица 1.

Скорость, км/ч	36	51	36
Время, мин	от 0 до 30	от 30 до 60	от 60 до 90

Таблица 2.

Направление, градусы	Север, 0	юго – восток, 135	запад, –90
Время, мин	от 0 до 30	от 30 до 60	от 60 до 90

Из таблицы 1 в условии задачи следует, что скорость вездехода на начальном и конечном участках маршрута равна 36 км/ч, а на среднем участке пути – 51 км/ч, то есть в $51/36 \approx 1,41$ раз больше. Время движения на всех трёх участках одинаково и составляет по 0,5 часа. Поэтому, как следует из таблицы 2 в условии задачи, вездеход сначала проехал 18 км на север, затем 25,5 км на юго-восток, и, наконец, ещё 18 км на запад. Таким образом, траектория его движения представляет собой равнобедренный прямоугольный треугольник, путь, пройденный вездеходом 61,5 км и в конце пути вездеход вернулся в исходную точку.



Задача 4. Пассажир метро бежит вниз по эскалатору, идущему вниз, и считает ступеньки. Пробежав весь эскалатор, он насчитал 100 ступенек. Прodelав то же самое на эскалаторе, идущем вверх, он насчитал 300 ступенек. Сколько ступенек на неподвижном эскалаторе?

Когда пассажир сбегает по эскалатору, идущему вниз, он насчитывает число ступенек, равное разности между числом ступенек, которые «исчезли» под гребенкой за время его движения (обозначим это число x) и числом ступенек которые «исчезли» под гребенкой за время его движения (обозначим это число y). Отсюда получаем уравнение:

$$x - y = 100.$$

Во втором случае, когда эскалатор движется вверх, пассажир насчитывает в три раза больше ступенек, следовательно, время его движения в три раза больше, чем в первом случае, и число появляющихся из-под гребенки ступенек будет также в 3 раза больше, чем число ступенек, «исчезающих» под гребенкой в первом случае. Тогда пассажир, бегущий вниз, насчитывает

$$x + 3y = 300 \text{ ступенек.}$$

Два полученных уравнения решаются методом подстановки. В результате получается ответ: $x = 150$ ступенек.

Задача 5. Имеются ведро сухого песка, ведро воды и мензурка. Предложите способ нахождения собственного объема песчинок в ведре сухого песка.

Будем наливать воду в ведро сухого песка до появления воды на поверхности песка, т.е. до тех пор, пока вода не заполнит ровно все полости, и не больше.

Тогда объем пустот в сухом песке равен объему, заполняющей их воды. Учет несжимаемости воды. Оставшуюся в ведре воду вычерпаем до дна мензуркой, измерив ее объем. Это и есть собственный объем песчинок в ведре.