Экспериментальные задачи.

10 класс. Условия задач.

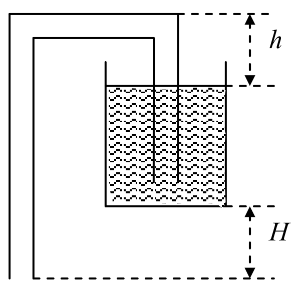
1. Могилев. Определить отношение масс сосудов.

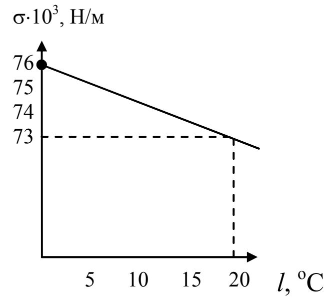
Оборудование: два прозрачных сосуда из одинакового материала (стекла), ведро с водой, липкая лента для отметки уровней воды, груша для переливания воды.

2. Могилев. Источник тока исследовали путем подключения к нему различных резисторов (нагрузок). Измерение значения силы тока в цепи и напряжения на клеммах источника приведены в таблице. Определите ЭДС источника, ток короткого замыкания и внутреннее сопротивление источника.

I, А	0,110	0,140	0,190	0,250	0,290	0,360	0,400
U, В	4,80	4,40	4,00	3,40	3,00	2,40	2,00

3. Могилев. В сосуд с водой опускают стеклянный капилляр радиусом R. Температурный ход коэффициента поверхностного натяжения показан на рисунке. В каком диапазоне температур вся вода вытечет из сосуда? Для вычислений принять $R = 0{,}1$ мм, $h = 14{,}1$ см, $H = 15$ см, $\rho = 10^3$ кг/м^3.





4. Могилев. Выточенную на токарном станке фигуру с плоским основанием поставили на дно сосуда и начали наливать в сосуд воду. На рисунке приведен график зависимости силы F, с которой фигура давит на дно, от высоты уровня воды в сосуде (вода под фигуру не подтекает). Определить по графику площадь основания фигуры, ее объем и плотность материала, из которого она сделана. Нарисуйте (приближенно) эту фигуру. На какой высоте площадь горизонтального сечения фигуры равна площади ее основания?

5. Могилев. Определите ЭДС источника тока, если имеется 2 амперметра, используя минимальное число электрических схем.

6. Могилев. Представьте себе, что вы стоите перед большим листом толстого прозрачного стекла (например, перед стеклянной витриной). Каким образом можно определить толщину стекла, если доступа к его краям нет (скажем, края стекла замурованы в стены), в помещение за стеклом проникнуть нельзя, разбить стекло тоже нельзя? В вашем распоряжении имеются линейки, угольник, бумага, карандаш и карманный калькулятор для проведения расчетов. Показатель преломления стекла n.

7. Могилев. Бесконечная цепочка состоит из одинаковых шариков массы m, соединенных одинаковыми легкими пружинами жесткостью k. Каждый шарик может двигаться только в направлении вдоль цепочки.

7.1. Найти собственную частоту колебаний одного из шариков ω_o, если два соседних шарика закреплены.

7.2. По цепочке распространяется продольная бегущая волна, для которой смещение k-го шарика x_k изменяется по гармоническому закону $x_k = A\cos(\omega t + \varphi_k)$. Найти сдвиг фаз $\Delta\varphi$ между колебаниями двух соседних шариков при частоте волн ω.

7.3. При каких частотах колебаний ω по цепочке могут распространяться бегущие волны?

8. Могилев. В кабине космического корабля имеется высокочастотная печь для исследования плавления в условиях невесомости. Нужно расплавить металлический шар, который хорошо проводит тепло. Разработайте методику экспериментального определения времени полного расплавления шара.

Примечание:

1) Теплообмен шара с окружающей средой пропорционален разности температур;

2) Исследователь имеет возможность визуально наблюдать процесс плавки, а также изменять мощность печи и пользоваться справочными данными.

Решение задач.

Решение 1. В один из сосудов (назовем его первым) наливаем такое количество воды, чтобы при опускании этого сосуда в ведро с водой он погружался до краев, но не тонул. В соответствии с условием плавания тел имеем

$$m_1 g + \rho_o V_o g = \rho_o (V_o + V_1 + V_C) g,$$

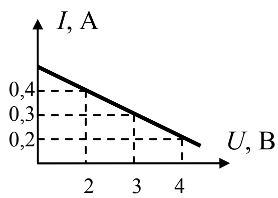
где m_1 – масса 1-го сосуда, ρ_0 – плотность воды, V_o – объем воды в сосуде, V_1 – объем сосуда, не заполненный водой, V_C – объем стекла, из которого изготовлен сосуд. Отсюда следует

$$m_1 = \rho_o (V_1 + V_C) = \rho_o \left(V_1 + \frac{m_1}{\rho_C}\right) = \frac{V_1}{\dfrac{1}{\rho_o} - \dfrac{1}{\rho_C}},$$

где ρ_C – плотность стекла.

Аналогично для массы второго сосуда получим $m_2 = \dfrac{V_2}{\dfrac{1}{\rho_o} - \dfrac{1}{\rho_C}}$. Следовательно, отношение масса равно отношению объемов $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{V_1}{V_2}$. Отношение объемов можно определить разными способами, предварительно отметив липкой лентой, уровень жидкости в сосуде $V_1 = n_1 V_{гр}$, $V_2 = n_2 V_{гр}$, $V_{гр}$ – объем груши. Следовательно, $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$, где n_i – максимальное целое число объемов груши.

Решение 2.



$$I = A + BU\ ;\ E = Ir + U \Rightarrow I = \frac{E}{r} - \frac{1}{r}U\ .$$

Из графика найдем $B \approx -0{,}1$ Ом$^{-1}$, $A \approx 0{,}6$ А; $r = -B^{-1} = 10$ Ом,

$$E = r \cdot A = 6 \text{ В}.$$

Ток короткого замыкания $I_k = \dfrac{E}{r} = A = 0{,}6$ А.

Решение 3. Будем считать, что капилляр полностью смачивается водой, так что поверхность воды в капилляре является сферой радиуса R.

Для того, чтобы вода начала вытекать из сосуда, необходимо, чтобы избыточное давление над мениском было способно поднять воду в правом колене до горизонтального уровня, т. е.

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} \geq \rho g h .$$

Капли воды будут отрываться в левом капилляре, если избыточное давление под мениском меньше гидростатического $\dfrac{2\sigma}{R} < \rho g H$. Последнее уравнение написано для наихудшего случая, когда почти вся вода уже вытекла. Таки образом,

$$\frac{1}{2}\rho g h R \leq \sigma < \frac{1}{2}\rho g H R \ \ (1)$$

Из графика находим $\sigma(t) = (76 - 0{,}15t)\cdot 10^{-3}$ Н/м (2). Из (1) и (2) находим $t_1 < t \leq t_2$.

$$t_1 = 6{,}67\cdot 10^3(0{,}076 - \frac{1}{2}\rho g R H) \approx 20 \ ^{\text{o}}\text{C},\ t_2 = 6{,}67\cdot 10^3(0{,}076 - \frac{1}{2}\rho g R h) \approx 46{,}7 \ ^{\text{o}}\text{C}.$$

Решение 4. Пусть при высоте H уровня воды в сосуде объем погруженной в воду части фигуры равен V. Сила, действующая на фигуру со стороны воды равна

$$f = \rho_B g V - \rho_B g H S_o ,$$

где S_o – площадь основания фигуры. Запишем условие равновесия фигуры:

$$F^{/}(H) - Mg + \rho_B g V - \rho_B g H S_o = 0 ,$$

где M – масса фигуры, $F^{/}(H)$ – абсолютное значение силы нормальной реакции со стороны дна сосуда при данном уровне воды в сосуде. Согласно III закону Ньютона, $F^{/}(H) = F(H)$, следовательно,

$$F(H) = Mg - \rho_B g V + \rho_B g H S_o .$$

Ясно, что после того как фигура будет полностью покрыта водой, график станет линейным. По этому участку графика определим S_o (выберем точки H_1 = 4 см и H_2 = 5 см):

$$S_o = \frac{1}{\rho_B g}\cdot\frac{\Delta F}{\Delta H} \approx 10^{-3} \text{ м}^2.$$

Теперь можно определить объем фигуры:

$$V_o = \frac{Mg - F(H) + \rho_B g H S_o}{\rho_B g} = \frac{F(0) - F(H) + \rho_B g H S_o}{\rho_B g},$$

(мы учли, что при $H = 0$ $F(0) = Mg$). Взяв точку, лежащем на линейном участке графика, – например, точку, соответствующую H_2 = 5 см, – найдем:

$$V_o \approx \frac{0,25-0,4+10^3\cdot 9,8\cdot 0,05\cdot 10^{-3}}{10^3\cdot 9,8} \approx 3,5\cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

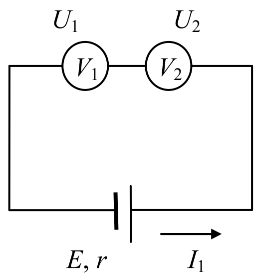
Плотность материала, из которого сделана фигура, равна

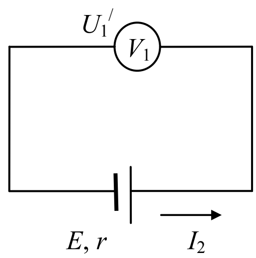
$$\rho = \frac{M}{V_o} = \frac{F(0)}{gV_o} \approx 7\cdot 10^2 \text{ кг/м}^3.$$

Для исследования формы фигуры найдем малое приращение силы ΔF, обусловленное малым приращением высоты ΔH уровня воды:

$$\Delta F = -\rho_B g\Delta V + \rho_B g S_o \Delta H = \rho_B g(S_o - S(H))\Delta H ,$$

(мы учли, что малое приращение объема равно $\Delta V = S(H)\cdot\Delta H$). Отсюда видно, что там, где F растет с ростом H ($\Delta F > 0$), $S(H) < S_o$; и, наоборот, при $\Delta F < 0$ $S(H) > S_o$. В точках кривой, которые соответствуют площадям сечения, равным S_o, $\Delta F = 0$, то есть в этих точках касательная к кривой горизонтальна. Это условие выполняется в точках $H_3 \approx 1,7$ см и $H_4 \approx 2,2$ см и около основания фигуры. (Читатели, знакомые с дифференцированием, могут произвести более подробный анализ формы фигуры, взяв первую и вторую производные функции $F(H)$.)





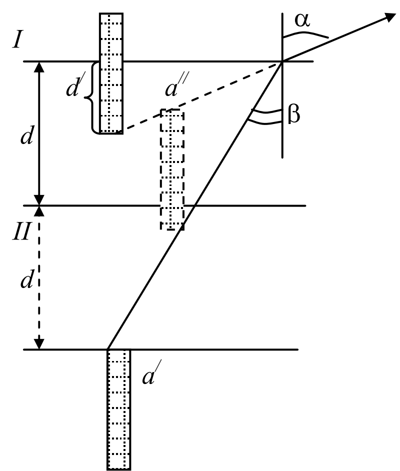
Решение 5. На рисунке изображены две схемы. В первой из них оба вольтметра подключены к источнику последовательно, во второй используется только один вольтметр. Обозначим, через U_1, U_2 и $U_1^/$ показания вольтметров и через I_1 и I_2 – токи в цепях. Тогда

$$U_1 + U_2 = E - I_1 r ,\ U_1^/ = E - I_2 r .$$

Заметим, что $\frac{U_1}{U_1^/} = \frac{I_1}{I_2}$. Из этих соотношений получим

$$E = \frac{U_2 U_1^/}{U_1^/ - U_1}.$$

Погрешности измерений определяются, в основном, классом точности используемых вольтметров. Отметим здесь, что существенную роль играет также соотношение параметров вольтметров и источника. Например, при выполнении первой части задания максимальная точность достигается в случае, когда внутреннее сопротивление источника и сопротивления обоих вольтметров одного порядка. Если один из вольтметров высокоомный, а другой низкоомный, рассмотренный способ дает плохой результат. Если у одного из вольтметров $R_V \gg r$, то лучше всего измерять ЭДС источника с помощью одной схемы, приведенной на втором рисунке. В этом случае $E \approx U_1^/$.



Решение 6. Если приставить линейку под прямым углом к стеклу, то мы увидим два ее отражения: в ближней (I) и дальней (II) поверхностях стекла. Первое изображение дает нам как бы «линейку за зеркалом», по которой можно измерять положение конца второго изображения при разных углах наблюдения. Это позволяет определить толщину стекла.

Глядя в стекло, мы видим конец второго отражения линейки не в точке $a^{/}$, где он находится на самом деле, а в точке $a^{//}$. Положение этой точки мы и можем фиксировать по «линейке за зеркалом».

Пусть толщина стекла d, показатель преломления n. Как видно из рисунка,

$$d^{/} tg\alpha = 2d tg\beta \Rightarrow d = \frac{d^{/}\sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\beta\cos\beta}.$$

Подставив $n = \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, $\cos\beta = \sqrt{1-\dfrac{\sin^2\alpha}{n^2}}$, получим $d = \dfrac{d^{/}}{2}\dfrac{(n^2-\sin^2\alpha)^{1/2}}{\cos\alpha}$.

В этом выражении $d^{/}$, $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ – те величины, которые мы можем измерить и вычислить, пользуясь нашими инструментами. Чтобы избавиться от неизвестного показателя преломления n, поступим так. Произведем измерения $d^{/}$ при двух значениях угла падения α (значения $\sin\alpha$ и $\cos\alpha$ легко найти, измеряя расстояния от глаза до стекла и до точки пересечения луча зрения со стеклом). Тогда

$$\frac{d_1^{/}}{2}\frac{(n^2-\sin^2\alpha_1)^{1/2}}{\cos\alpha_1} = \frac{d_2^{/}}{2}\frac{(n^2-\sin^2\alpha_2)^{1/2}}{\cos\alpha_2}.$$

Отсюда после несложных преобразований, получим

$$d = \frac{d_1^{/}d_2^{/}}{2}\sqrt{\frac{\sin^2\alpha_2-\sin^2\alpha_1}{(d_2^{/})^2\cos^2\alpha_1-(d_1^{/})^2\cos^2\alpha_2}}.$$

<u>Решение 7.</u> 1) Обозначим смещение шарика от конечного положения равновесия через x. Уравнение движения шарика имеет вид: $ma = T_2 - T_1$ (1). Учитывая, что $T_2 = -kx$, $T_1 = kx$ из (1) получаем уравнение гармонических колебаний с круговой частотой $\omega_o = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$ (2) вида: $\ddot{x} + \omega_o^2 x = 0$

2) Обозначим смещение k-го шарика от положения равновесия через x_k. Тогда по закону Гука имеем: $T_2 = k(x_{k+1}-x_k)$, $T_1 = k(x_k - x_{k-1})$.

Уравнение движения (1) примет вид:

$$m\ddot{x}_k = k(x_{k+1}-x_k) - k(x_k - x_{k-1}) = -2kx_k + kx_{k-1} + kx_{k+1},$$

или с учетом обозначения (2): $\ddot{x}_k = -\omega_o^2 x_k + \dfrac{\omega_o^2}{2}x_{k-1} + \dfrac{\omega_o^2}{2}x_{k+1}$ (3).

Для бегущей волны $x_k = A\cos(\omega t + \varphi)$. Сдвиги фаз колебаний между соседними шариками $\Delta\varphi$ – одинаковы, а выбор начальной фазы колебаний одного из шариков произволен. Поэтому подставляя в (3) следующие выражения для смещения:

$$x_k = A\cos\omega t,\ x_{k-1} = A\cos(\omega t - \Delta\varphi),\ x_{k+1} = A\cos(\omega t + \Delta\varphi).$$

Получим:

$$-\omega^2 A\cos\omega t = -\omega_o^2 A\cos\omega t + \frac{\omega_o^2}{2}A[\cos(\omega t - \Delta\varphi) + \cos(\omega t + \Delta\varphi).$$

Учитывая соотношение $\cos(\omega t - \Delta\varphi) + \cos(\omega t + \Delta\varphi) = 2\cos\Delta\varphi\cdot\cos\omega t$, и сокращая на $A\omega_o^2\cos\omega t$, находим $\cos\Delta\varphi = 1 - \dfrac{\omega^2}{\omega_o^2}$ (4) или $\Delta\varphi = \pm\arccos(1-\dfrac{\omega^2}{\omega_o^2})$.

Два знака соответствуют бегущим волнам, распространяющимся в разных направлениях.

3) Так как $|\cos\Delta\varphi|\leq 1$, находим $\omega \leq \sqrt{2}\omega = 2\sqrt{\frac{k}{m}}$ (5).

Решение 8. $t_о = 0$ – начало плавки, так как шар обладает высокой теплопроводностью, то он быстро прогреется и, следовательно, температуру внутри шара можно считать не зависящей от радиальной координаты. Очевидно, что из-за разности температур внутри шара и вне он будет излучать. Шар начнет плавиться с поверхности. Из-за того, что опыт проводится в условиях невесомости, образующаяся жидкая пленка будет покрывать шар и никуда не будет стекать. В итоге получится жидкая капля радиусом, равным радиусу шара.

Визуально можно заметить начало плавления, но нельзя судить расплавился весь шар или нет.

Запишем уравнение теплового баланса.

$$pt = c_ш \rho_ш V_ш (T_{пл} - T_о) + \lambda\alpha V_ш \rho_ш + E_{изл} \text{ (1)},$$

где t – время (в секундах); $c_ш$, $\rho_ш$, $V_ш$, $T_{пл}$ – теплоемкость, плотность, объем шара и температура плавления шара соответственно; λ – удельная теплота плавления; $T_о$ – температура окружающей среды; α – доля расплавившегося к моменту времени t объема; $E_{изл}$ – излученная с поверхности энергия. $E_{изл} = E_{изл0} + 4\pi R^2(T_{пл} - T_о)a_e(t - t_1)$ (2), где R – радиус шара; a_e – некоторый коэффициент; $E_{изл0}$ – тепло, излученное за время t_1, равное нагреву шара от $T_о$ до $T_{пл}$: при $t < t_1$ плавления еще нет, а при $t > t_1$ плавление уже есть.

Из (1), (2), (3) можно получить: $[P - 4\pi R^2(T_{пл} - T_о)a_e](t - t_1) = \lambda\alpha V_ш \rho_ш$ (4), при полном расплаве шара $\alpha = 1$, P, R, $T_о$, t_1 – можно измерить, λ и $\rho_ш$ можно взять из справочника.

Для опытного определения коэффициента a_e можно использовать следующее. Изменяя мощность печи добиваются такого ее значения, при котором подводимая мощность будет равна теряемой шаром на излучение. В этом случае $T_ш = T_{пл}$, но он еще не плавится. Тогда из уравнения

$4\pi R^2(T_{пл} - T_о)a_e = P_1$, по измеряемым величинам R, $T_{пл}$, $T_о$, P_1 найдем коэффициент a_e.