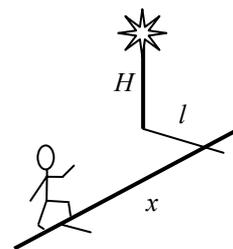
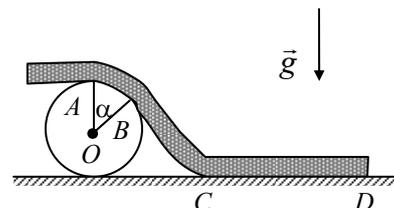


Условия задач. Теоретический тур.

1. Поздним вечером молодой человек ростом h идет по краю горизонтального прямого тротуара с постоянной скоростью v . На расстоянии l от края тротуара стоит фонарный столб. Горящий фонарь закреплен на высоте H от поверхности земли. Постройте график зависимости скорости движения тени головы человека от координаты x .



2. Длинную однородную гибкую веревку, лежащую на шероховатой горизонтальной поверхности, медленно втаскивают на цилиндр. Определите коэффициент трения веревки о плоскость, если в некоторый момент времени длина «висящей» части веревки l_{BC} в два раза меньше длины ее части, лежащей на поверхности l_{CD} . Угол AOB равен α .



3. Поршни реального гидравлического пресса изготовлены из материала с плотностью в n раз большей плотности жидкости, залитой в пресс. После герметической подгонки оказалось, что поршни могут находиться в состоянии равновесия, когда разность уровней жидкости в коленах пресса изменяется от h_{\min} до h_{\max} . Определите толщину поршня в широком колене, если толщина поршня в узком колене равна h_1 . Трение поршней о стенки считать сухим.

4. Прямой цилиндрический проводник подключен к источнику постоянного напряжения. При протекании тока температура проводника превышает температуру окружающего воздуха на $\Delta T_0 = 10$ °С. Проводник укоротили на $\eta = 20$ % от первоначальной длины и подключили к тому же источнику. Насколько изменится температура проводника? Изменением удельного сопротивления проводника при нагревании пренебречь.

5. В плотно закрытой кастрюле (скороварке) воду нагрели до температуры $t_1 = 120$ °С. Какая доля воды испарится при вскипании воды, если резко открыть крышку скороварки? Теплоемкость воды $c = 4,18$ кДж/(кг·К), удельная теплота парообразования $L = 2,25$ МДж/кг.

Решение задач.

Решение 1. Выберем систему отсчета с центром у основания фонаря. Пусть в некоторый момент проекция луча на землю образует угол α с линией тротуара (вид сверху). Учитывая прямолинейность распространения света, можем записать

$$\frac{H}{l_o + \frac{l}{\sin \alpha}} = \frac{h}{l_o} \Rightarrow l_o = \frac{l}{\sin \alpha} \frac{h}{H - h}.$$

Тогда

$$y_T = l + l_o \sin \alpha = l \frac{H}{H - h},$$

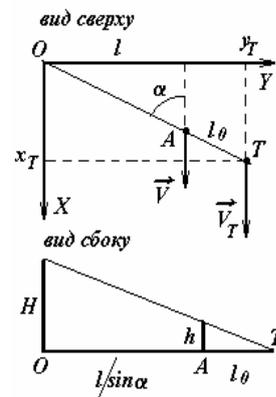
(y_T – координата конца тени) есть величина постоянная! Следовательно, тень от головы движется по прямой параллельной оси X со скоростью

$$v_T = v \frac{H}{H - h},$$

что легко получить, составив пропорцию

$$\frac{vt}{l} = \frac{v_T t}{l \frac{H}{H - h}}.$$

График зависимости скорости тени от x есть прямая линия, параллельная оси абсцисс.



Решение 2. Из условия равновесия «висящей» части веревки имеем

$$T_1 \cos \alpha = T_2, \quad (1)$$

$$T_1 \sin \alpha = m_1 g. \quad (2)$$

Кроме того, при медленном втягивании

$$T_2 = \mu m_2 g, \quad (3)$$

где m_1 и m_2 – массы соответствующих частей веревки BC и CD .

Из (1) – (3), с учетом того, что $m_1 = m_2/2$ имеем

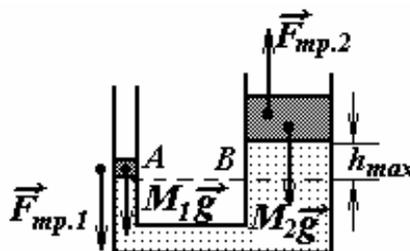
$$\mu = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha.$$

Решение 3. Различие в уровнях жидкости в коленах пресса возможно благодаря весу самих поршней и сухому трению между поршнями и стенками.

Давление на уровне AB в жидкости должно быть одинаковым в обоих коленах. Пусть поршни разведены на h_{\max} тогда

$$P_A = \frac{M_1 g}{S_1} + \frac{F_{\text{мп.1}}}{S_1} = P_B = \rho g h_{\max} + \frac{M_2 g - F_{\text{мп.2}}}{S_2}, \quad (1)$$

где M_i и S_i , $i = 1, 2$ массы и поперечные сечения соответственно первого и второго поршней. В положении с h_{\min} силы трения поменяют свое направление (поршни будут стремиться «разъехаться»), и уравнение примет вид



$$\frac{M_1 g - F_{\text{мп1}}}{S_1} = \rho g h_{\text{min}} + \frac{M_2 g + F_{\text{мп2}}}{S_2}. \quad (2)$$

Учитывая, что $\frac{M_i g}{S_i} = \rho_i g h_i$, где ρ_i , h_i плотность материала i – того поршня и его толщина, из (1) и (2) имеем

$$2h_1 \eta = (h_{\text{max}} + h_{\text{min}}) + 2h_2 \eta \Rightarrow h_2 = h_1 - \frac{h_{\text{max}} + h_{\text{min}}}{2\eta}. \quad (3)$$

Как видно из (3) $h_2 < h_1$ то есть более тонкий поршень окажется «наверху». Самостоятельно проанализируйте случай, когда при переходе от h_{min} к h_{max} поршни меняются «местами».

Решение 4. В стационарном режиме вся выделяемая на проводнике теплота рассеивается в окружающее пространство, так как его температура не меняется. Будем считать, что отвод теплоты ΔQ происходит с боковой поверхности проводника (то есть пренебрежем теплоотводом с контактов и излучением).

$$\Delta Q = \sigma S \Delta T \Delta t, \quad (1)$$

где σ – некоторый размерный коэффициент, S – площадь боковой поверхности проводника, ΔT – разность температур проводника и окружающего воздуха, Δt – время теплообмена.

Условие равновесия тепловых потоков

$$\frac{U^2}{R} \Delta t = \sigma S \Delta T \Delta t \Rightarrow \frac{U^2 S}{\rho l} = \sigma l 2\pi r \Delta T,$$

где U – напряжение, $R = \rho \frac{l}{S_1}$ – сопротивление проводника, r – радиус проводника, S_1 – площадь его поперечного сечения.

Отсюда выделим неизменный параметр для проводника

$$\frac{U^2 S_1}{\rho \sigma 2\pi r} = l^2 \Delta T \Rightarrow l^2 (1 - \eta)^2 \Delta T_1 = l^2 \Delta T_o,$$

то есть температура проводника увеличится на

$$\delta T = \Delta T_1 - \Delta T_o = \Delta T_o \eta \frac{2 - \eta}{(1 - \eta)^2} = 5,6 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Решение 5. Испарение части воды будет происходить за счет теплоты, получаемой при остывании ее основной массы до $t_o = 100 \text{ } ^\circ\text{C}$. Пренебрегая изменением массы остывающей воды, имеем

$$\Delta m \lambda = m c (t_1 - t_o) \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{c (t_1 - t_o)}{\lambda} = 4 \cdot 10^{-2}.$$

