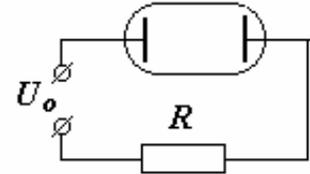


Условия задач. Теоретический тур.

1. Как известно, Меркурий – ближайшая к Солнцу планета. Наиболее благоприятные условия для наблюдения этой планеты выполняются, когда Меркурий находится на максимальном угловом удалении от Солнца. В 1980 году такие условия в утренние часы выполнялись последовательно 1 января и 25 апреля. Определите период обращения Меркурия вокруг Солнца.

2. Для некоторой газоразрядной лампы сила электрического тока зависит от приложенного напряжения по закону $I = bU^2$, где b – положительный постоянный коэффициент. Лампа подключена последовательно с резистором постоянного электрического сопротивления R к источнику напряжения U_0 . Найдите силу тока в цепи.



3. Юный физик Федя приобрел два одинаковых небольших калориметра и очень точный термометр. В один из них Федя налил 100 г воды комнатной температуры и вставил в него термометр, который показал значение температуры $t_k = 20,3$ °С. Во второй калориметр Федя налил 100 г кипящей воды. Затем он достал из первого калориметра термометр и поместил его во второй калориметр. Термометр дал показания $t_1 = 99,2$ °С. Удивленный Федя опять поместил термометр в первый калориметр. Как вы думаете, что показал термометр в этом случае? (Атмосферное давление нормальное, теплоемкости калориметров пренебрежительно малы, потери теплоты отсутствуют).

4. Найдите среднее давление, которое оказывает дождь на вертикальное лобовое стекло автомобиля, движущегося с постоянной скоростью v . Считать, что капли дождя падают вертикально с постоянной скоростью u . Интенсивность дождя – h (мм) осадков в час.

Решение задач.

Решение 1. Так как Меркурий планета, ближайшая к Солнцу, то ее наблюдению с земли мешает солнечный свет. Меркурий может быть виден либо утром, перед восходом Солнца, либо вечером, сразу после заката. Оптимальные условия наблюдения Меркурия реализуются когда он находится на максимальном угловом удалении от Солнца, т.е. когда угол между направлениями на планету и на Солнце с Земли максимален. Пусть 1 января Земля находится в точке E_1 . Тогда Меркурий находится в точке M_1 такой, что прямая E_1M_1 является касательной к орбите Меркурия. К 25 апреля (т.е. через время $\tau = 115$ сут – учтите, что 1980 год – високосный) Земля сместится в точку M_2 повернувшись вокруг Солнца на угол φ , причем

$$\varphi = \frac{2\pi}{T_0} \tau, \quad (1)$$

где $T_0 = 365$ сут – период обращения Земли вокруг Солнца. За этот же промежуток времени Меркурий сместится в точку M_2 , сделав еще один полный оборот вокруг Солнца, т.е. угол поворота Меркурия вокруг Солнца равен $2\pi + \varphi$, следовательно,

$$2\pi + \varphi = \frac{2\pi}{T} \tau, \quad (2)$$

где T – искомый период обращения Меркурия. Из уравнений (1) – (2) можно найти

$$T = \frac{\tau T_0}{\tau + T_0} \approx 87,5 \text{ сут.}$$

Отметим, что из (1) – (2) можно получить известное в астрономии соотношение между сидерическим (истинным) T и синодическим (наблюдаемым) τ периодом обращения

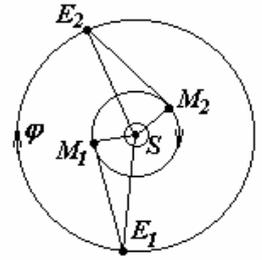
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau} + \frac{1}{T_0}.$$

Решение 2. Так как резистор и лампа включены в цепь последовательно, то сумма падений напряжения на лампе U и резисторе $U_R = IR$ равна напряжению источника U_0 :

$$U_0 = U + IR.$$

Кроме того, сила тока одинакова во всех элементах цепи, поэтому ток $I = \beta U^2$. (по условию) будет течь и через резистор. Таким образом, получили уравнение относительно напряжения U на лампе

$$U_0 = U + \beta R U^2,$$



которое имеет два корня

$$U = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\beta RU}}{2\beta R}.$$

Отрицательный корень следует отбросить, так как газоразрядная лампа не может служить источником напряжения. Окончательно получим значение силы тока

$$I = \beta U^2 = \frac{(\sqrt{1 + 4\beta RU} - 1)^2}{4\beta R^2}.$$

Решение 3. Во второй калориметр Федя залил кипящую воду, т.е. ее температура $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Так как при измерении термометр показал температуру $t_1 = 99,2^\circ\text{C}$, то следует утверждать, что сам термометр имеет теплоемкость C_T , пренебречь которой нельзя. Запишем уравнение теплового баланса для первого измерения: вода отдала термометру количество теплоты $Q = cm(t_2 - t_1)$ (где c – удельная теплоемкость воды, m – ее масса), столько же получил термометр $Q = C_T(t_1 - t_k)$, поэтому

$$cm(t_2 - t_1) = C_T(t_1 - t_k). \quad (1)$$

Обозначим t_k – температура, которая установится в первом калориметре, после опускания в него горячего термометра. Рассуждая аналогично, можно записать уравнение теплового баланса во втором случае

$$cm(t_x - t_k) = C_T(t_1 - t_x). \quad (2)$$

Решая совместно (1) – (2) получим

$$t_k = \frac{t_1(t_2 - t_1) + t_k(t_1 - t_k)}{t_2 - t_k} \approx 21,1^\circ\text{C}.$$

Решение 4. Капли, падающие на лобовое стекло автомобиля, имеют нулевую горизонтальную составляющую скорости, а затем приобретают скорость V , равную скорости автомобиля. Следовательно, автомобиль сообщает каплям некоторый импульс, т.е. действует на них с некоторой силой, равной (по третьему закону Ньютона) силе, с которой капли действуют на автомобиль. Пусть масса воды, капавшей на лобовое стекло за время t , равна m ; тогда импульс, сообщенный ей равен $p = mv$, а средняя сила, действующая на стекло,

$$F = \frac{p}{t} = \frac{mv}{t}, \quad (1)$$

тогда давление водяных капель

$$P = \frac{mv}{tS}, \quad (2)$$

где S – площадь стекла.

Для вычисления m , заметим, что за время t стекло «соберет» все капли, которые находятся в объеме параллелепипеда с основанием S и длиной vt , т.е.

$$m = \lambda Svt, \quad (3)$$

где λ – масса всех капель дождя, находящихся в единице объема. Для определения λ можно рассуждать следующим образом: пусть за время τ в цилиндрическом вертикальном сосуде с площадью основания S_0 уровень воды поднялся на $h\tau$ тогда ее масса $m_0 = \rho h\tau S_0$, где $m_0 = \rho h\tau S_0$, ρ – плотность воды, очевидно, что эта же масса может быть выражена через λ по формуле аналогичной (3)

$$m_0 = 2S_0 U \tau,$$

Приравнивая

$$\rho h\tau S_0 = \lambda S_0 \tau U,$$

найдем

$$\lambda = \frac{\rho h}{U}, \quad (4)$$

(отметим, что h – должно измеряться в той же системе единиц, что и остальные параметры задачи). Подставляя (4) в (3), а затем в (2), получим ответ

$$P = \frac{\rho h}{U} v^2.$$